

## APPLICATIONS

### 4-1. Exemple élémentaire

On considère une analyse statistique élémentaire ne mettant en évidence que deux tailles d'exploitations agricoles : les « petites » et les « grandes ».

a) On suppose que, dans une région, 90 % des exploitations sont petites et occupent 70 % de la superficie agricole totale. Représenter la courbe de concentration et calculer la valeur de l'indice de concentration.

b) On suppose que, dans une autre région, les grosses exploitations représentent 5 % de l'effectif mais 80 % de la superficie. Reprendre les questions précédentes.

#### Corrigé.

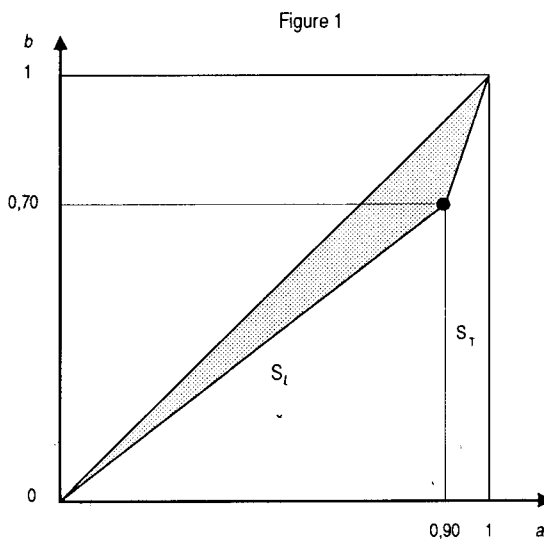
Cet exercice veut illustrer la notion de concentration dans le cas très simple où il n'y a que deux classes ; dans chacune des questions, on doit donc déterminer les valeurs de  $a_1$  et  $b_1$  ainsi que celles de  $a_2$  et  $b_2$  (en fait seulement  $a_1$  et  $b_1$ , car on sait que  $a_2$  et  $b_2$  valent 1).

Le caractère cumulable est la superficie, mesurée pour chaque exploitation. Les valeurs relevées sont regroupées en deux classes dont le cumul donne la superficie totale.

a) Les petites exploitations constituent 90 % de l'effectif (par suite :  $a_1 = 0,90$ ) et occupent 70 % de la superficie (d'où :  $b_1 = 0,70$ ).

Le cumul des grosses exploitations à la première classe épuise les observations. On a donc :  $a_2 = b_2 = 1$ .

On construit la « courbe » de concentration dans un carré de côté égal à l'unité ; elle se réduit à deux segments (fig. 1).

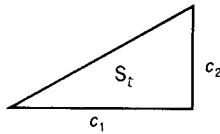


Le coefficient de concentration vaut deux fois la surface entre la diagonale et la courbe.

Pour calculer cette surface, le plus simple est de calculer celles du triangle rectangle (surface  $S_l$ , sur la figure 1) et du trapèze rectangle (surface  $S_T$ ) qui complètent le demi-carré.

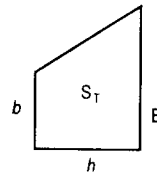
On rappelle que la surface d'un triangle rectangle vaut la moitié du produit des côtés de l'angle droit, et celle d'un trapèze rectangle le produit de la demi-somme des bases par la hauteur (fig. 2 et 3 page suivante).

Figure 2



$$S_t = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot c_2$$

Figure 3



$$S_T = h \cdot \frac{b + B}{2}$$

Toutes les données étant connues, le triangle rectangle a donc pour surface :

$$S_t = \frac{0,90 \times 0,70}{2} = 0,315;$$

et le trapèze rectangle :  $S_T = 0,10 \times \frac{0,70 + 1}{2} = 0,085;$

la surface du demi-carré sous la diagonale étant de 0,5, la surface entre la diagonale et la courbe vaut :

$$0,5 - (S_t + S_T) = 0,5 - (0,315 + 0,085) = 0,10;$$

et l'indice de concentration cherché vaut deux fois cette valeur :

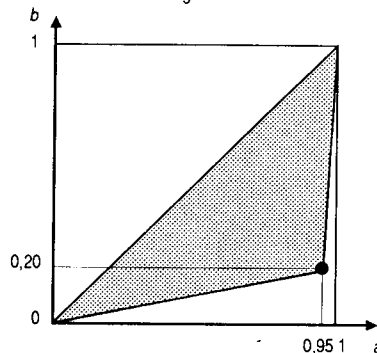
$$I_c = 0,20.$$

b) Bien que l'énoncé parle des grosses exploitations, la définition des  $a_i$  et  $b_i$  implique le cumul des superficies ordonnées par taille croissante. Il faut donc, comme en a), placer les petites exploitations en premier.

Par suite :  $a_1 = 0,95$  et  $b_1 = 0,20$ .

On construit la nouvelle courbe (fig. 4), et on calcule l'indice de concentration comme précédemment :

Figure 4



$$I_c = 2 \times \left[ 0,5 - \left( \frac{0,95 \times 0,20}{2} + 0,05 \times \frac{0,20 + 1}{2} \right) \right] = 0,75.$$

En conclusion, ces deux exemples élémentaires illustrent la règle générale :

– les données du a) décrivent une situation de faible concentration : le poids des grosses exploitations n'est pas si fort en terme de superficie, la courbe reste proche de la diagonale et la valeur de l'indice est faible ;

– les données du **b)** décrivent une forte concentration : une faible proportion de grosses exploitations concentre la majeure partie de la superficie, la courbe s'éloigne de la diagonale et l'indice se rapproche de 1.

## 4-2. Concentration et stocks

Une usine de montage utilise différentes pièces de prix variés qu'elle doit conserver en stock. On donne les prix unitaires et les quantités stockées pour chacune de ces pièces.

Pièce	Prix (en francs)	Nombre (en milliers)
1	0,05	100
2	0,50	50
3	3,10	50
4	11,00	10
5	45,00	15
6	110,00	3
7	450,00	1

a) Construire la courbe de concentration de la valeur des pièces en stock. Déterminer la médiane.

b) Calculer le coefficient de concentration.

c) Indiquer comment sont modifiés les résultats précédents si les prix de toutes les pièces sont multipliés par deux.

### Corrigé.

a) On remarque que la valeur d'une pièce du stock est bien une grandeur cumulée, dont la totalisation donne la valeur globale du stock.

Pour construire la courbe de concentration, on calcule d'abord l'effectif total et la valeur totale du stock.

On note  $p_i$  le prix unitaire et  $n_i$  la quantité des pièces  $i$ .

La colonne  $n_i p_i$  donne la valeur totale par type de pièce ; la somme de la colonne  $n_i$  donne l'effectif total et la somme de la colonne  $n_i p_i$  la valeur totale du stock.

La colonne  $a_i$  donne les fréquences cumulées, et la colonne  $b_i$  les parts cumulées successives en valeurs. On a choisi de donner ces séries en pourcentages.

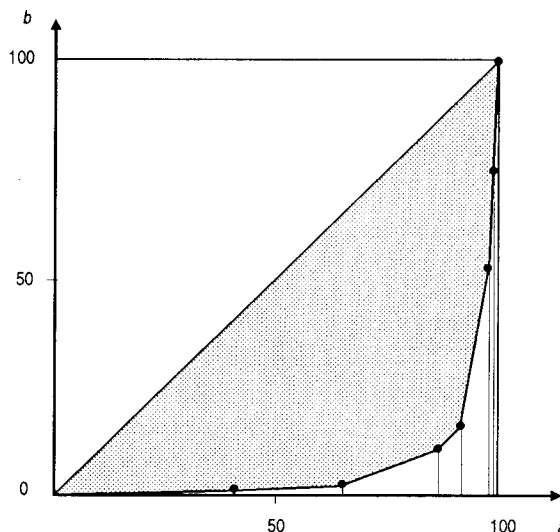
Comme toujours, si l'on utilise une calculatrice, la colonne des  $a_i$ , puis celle des  $b_i$  doivent être calculées d'une seule traite, en évitant toute ressaisie inutile de données.

TABLEAU DES CALCULS

Pièce	$p_i$	$n_i$	$n_i p_i$	$a_i$ (en %)	$b_i$ (en %)
1	0,05	100	5	43,7	0,3
2	0,50	50	25	65,5	1,7
3	3,10	50	155	87,3	10,6
4	11,00	10	110	91,7	16,9
5	45,00	15	675	98,3	55,4
6	110,00	3	330	99,6	74,3
7	450,00	1	450	100,0	100,0
Total		229	1 750		

On construit la courbe de concentration avec les valeurs  $a_i$  et  $b_i$  trouvées (fig. 1).

Figure 1



La médiane vaut 45 ; en effet, c'est en cumulant les pièces jusqu'à ce prix que les  $b_i$  dépassent 0,50, c'est-à-dire que l'on atteint la moitié de la valeur totale du stock.

**b)** L'indice de concentration se calcule comme en 4-1. à partir des surfaces du triangle rectangle et des six trapèzes rectangles situés sous la courbe de concentration. On trouve la surface totale sous la courbe : 0,058 et l'indice :  $I_c = 0,88$ .

La valeur proche de 1 de cet indice comme la position de la courbe traduit une concentration marquée. En d'autres termes, le petit nombre d'articles de prix  $a$  a un poids en valeur prépondérant, comparé au grand nombre d'articles bon marché.

Une telle courbe est fréquemment utilisée en gestion des stocks. On l'appelle souvent courbe A-B-C, par référence à l'usage d'y distinguer trois zones :

- la première (A), regroupant des objets nombreux mais de valeur totale modeste ;
- la zone centrale (B) ;
- la dernière (C), regroupant un très petit nombre d'objets de grande valeur.

Les trois groupes sont ensuite gérés de manières différentes. Il est en effet plus rentable de rationaliser la gestion des microprocesseurs à 450 francs que celle des vis à 5 centimes.

**c)** Si les prix de tous les articles sont multipliés par deux, la valeur totale du stock l'est aussi, et les  $b_i$ , qui sont des rapports de valeurs cumulées à cette valeur totale, ne changent pas. La courbe comme l'indice de concentration ne sont donc pas modifiés.

On peut remarquer que multiplier par 3 (par exemple) tous les effectifs ne modifierait rien non plus à la concentration.

**EXERCICES D'ENTRAINEMENT****4-3. Comparaison**

On reprend le tableau statistique donnant la répartition des ménages selon leur revenu fiscal et la catégorie socioprofessionnelle du chef de ménage, pour les cadres supérieurs et les ouvriers (voir applications 1-3., 2-2. et 3-2.).

Tranches de revenus (milliers de F)	Largeur de la classe (milliers de F)	Centre	Cadres sup. (en %)	Fréq. cum. (en %)	Ouvriers (en %)	Fréq. cum. (en %)
Moins de 15	15	7,5	1,4	1,4	3,4	1,4
De 15 à moins de 25	10	20,0	0,4	1,8	5,5	6,9
De 25 à moins de 35	10	30,0	0,7	2,5	15,3	22,2
De 35 à moins de 45	10	40,0	1,6	4,1	17,4	39,6
De 45 à moins de 60	15	52,5	4,7	8,8	22,3	61,9
De 60 à moins de 80	20	70,0	11,3	20,1	20,8	82,7
De 80 à moins de 100	20	90,0	13,8	33,9	10,4	93,1
De 100 à moins de 150	50	125,0	34,0	67,9	6,3	99,4
De 150 à moins de 200	50	175,0	17,0	84,9	0,5	99,9
200 et plus	100	250,0	15,1	100,0	0,1	100,0

Construire sur un même graphique la courbe de concentration des revenus pour chacune des deux catégories socioprofessionnelles. On admettra, comme précédemment, un revenu minimal nul et un revenu maximal égal à 300 milliers de francs. Calculer les deux indices de concentration. Commenter. (On remplacera chaque classe par sa valeur centrale.)

**4-4. Concentration et micro-informatique**

L'essentiel du chiffre d'affaires dans l'industrie de la construction de micro-ordinateurs en 1987 est réalisé par 24 firmes. On donne cette série statistique, regroupée par valeurs arrondies du chiffre d'affaires (pour les activités en question). Les CA sont en millions de dollars.

CA	Nombre d'entreprises
7 000	1 (IBM)
2 300	1 (Apple)
1 200	2
1 000	3
900	2
500	7
200	8

Construire la courbe de concentration du chiffre d'affaires et calculer l'indice de concentration.